ЗАКРЫТОЕ АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
ИНФОРМАЦИОННЫЙ КОСМИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
“С Е В Е Р Н А Я К О Р О Н А”

Об одном методе восстановления параметров орбит по результатам траекторных измерений

Екатерина Олеговна Гладкова
Ведущий сотрудник ЗАО «Информационный Космический Центр «Северная Корона»

В данном материале рассматривается задача определения (восстановления) параметров орбит космических аппаратов (КА) по результатам траекторных измерений. Описана известная [1, 2] методика решения данной задачи для случая измерения угловых координат и дальности до КА, даны конечные выражения для определения основных параметров орбиты, а также представлены некоторые результаты численного моделирования.

Учитывается, что при проведении траекторных измерений измеряемыми параметрами могут быть: угловые координаты (угол места и азимут), радиальная дальность и их производные (угловая скорость, радиальная скорость и т.д.). При этом все указанные параметры соответствуют местной, например, топоцентрической системе координат (ТСК).

Наиболее простой в вычислительном плане задачей является восстановление параметров орбиты, когда по результатам измерений из одного пункта наблюдения определены дискретные значения угловых координат спутника и дальности до него на некотором временном интервале. В этом случае однозначно определяются соответствующие декартовые координаты положения спутника в ТСК на каждый момент времени измерения.

Так как параметры орбиты задаются в абсолютной геоцентрической системе координат (АГСК), а ТСК на пункте наблюдения «привязана» к АГСК, то, используя матрицу преобразования систем координат, можно получить декартовые координаты спутника на интервале измерения в АГСК. Эти координаты, привязанные ко времени, являются необходимыми исходными данными для восстановления параметров орбиты.

Можно показать, что теоретически для восстановления параметров орбиты достаточно трех точек. Действительно, если предположить, что на интервале измерений спутник движется по невозмущенной орбите (под действием только центрального гравитационного поля Земли), то движение спутника будет осуществляться в неподвижной относительно АГСК плоскости, более того – по эллипсу (для околоземных орбит) [3].

Основные параметры орбиты связаны с положением плоскости и положением и формой эллипса на этой плоскости. В связи с этим параметры орбиты можно условно разбить на три группы: наклонение $\boldsymbol{i}$ и долгота восходящего узла Ω (определяют положение плоскости орбиты в пространстве); большая полуось $\boldsymbol{a}$ и эксцентриситет $\boldsymbol{e}$ (определяют форму эллипса в плоскости орбиты); аргумент перигея $\boldsymbol{w}$ (определяет положение эллипса на плоскости). Конкретное положение спутника на эллипсе определяется истинной аномалией $\boldsymbol{v}$. Указанные шесть параметров называются кеплеровскими параметрами орбиты. Именно эти параметры подлежат восстановлению.

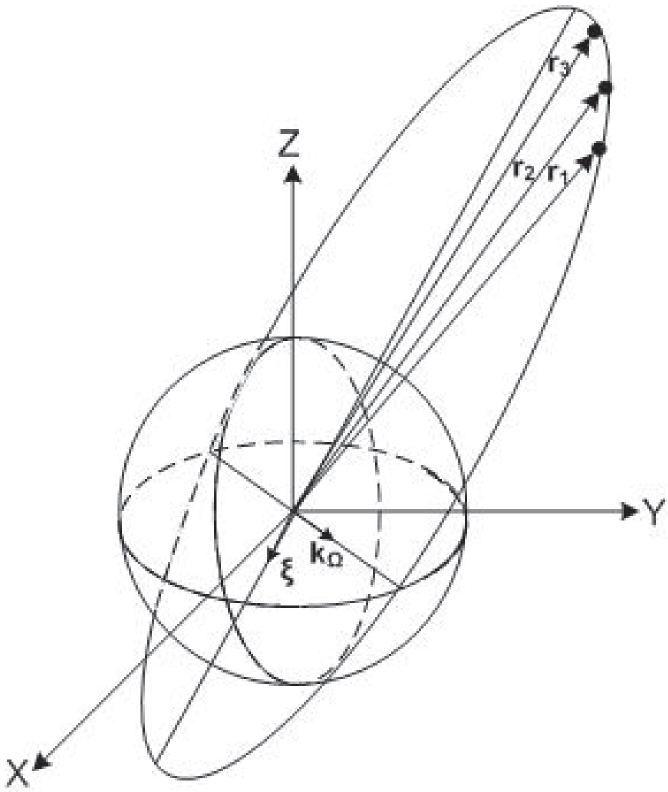

Рис. 1

Известно, что через три точки пространства можно провести только одну плоскость. Одна точка известна – центр АГСК. Следовательно, по двум точкам положения КА можно восстановить плоскость и определить первую пару параметров: долгота восходящего узла и наклонение орбиты. Можно также показать, что три точки на плоскости однозначно определяют только один эллипс, один из фокусов которого совмещен с центром АГСК. Следовательно, можно определить большую полуось, эксцентриситет и аргумент перигея. Если известно время прохождения одной из трех точек, то по уже восстановленным параметрам орбиты можно найти значение истинной аномалии.

Предположим, в результате измерений определены три точки положения КА в АГСК. Точки однозначно задают три вектора $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$, $\mathbf{r}_3$ (рис.1), лежащих в плоскости орбиты.

Для определения положения плоскости в пространстве и, соответственно, наклонения i и долготы восходящего узла Ω, достаточно найти единичный вектор $\mathbf{R}$, направленный по нормали к данной плоскости [2].

Для этого введем единичный вектор $\mathbf{k}_1$, равный

$$\mathbf{k}_1 = \frac{\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|}.$$

Найдем единичный вектор $\mathbf{k}_0$, лежащий в плоскости орбиты и направленный по нормали к вектору $\mathbf{k}_1$:

$$\mathbf{k}_0 = \frac{\mathbf{r}_0}{|\mathbf{r}_0|},$$

где $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_2 - (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{k}_1$, причем $(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{k}_1$ - скалярное произведение векторов.

Тогда единичный вектор $\mathbf{R}$ будет определяться векторным произведением:

$$\mathbf{R} = \mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_0.$$

Так как i и Ω связаны с компонентами вектора $\mathbf{R}$ соотношением [1]

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(i)\sin(\Omega) \\ -\sin(i)\cos(\Omega) \\ \cos(i) \end{pmatrix},$$

где R_x, R_y, R_z – проекции вектора $\mathbf{R}$ на соответствующие оси АГСК, то можно получить в явном виде выражения для их вычисления:

$$\Omega = arctg(-R_x / R_y),$$

$$i = \arccos(R_z).$$

Так как три точки определяют форму эллипса, то на следующем шаге можем определить его основные параметры [1]:

- фокальный параметр:

$$p = \frac{c_1 \cdot |\mathbf{r}_1| + c_3 \cdot |\mathbf{r}_3| - |\mathbf{r}_2|}{c_1 + c_3 - 1},$$

где $c_1 = \dfrac{|\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3|}{|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3|}$, $c_3 = \dfrac{|\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_1|}{|\mathbf{r}_3 \times \mathbf{r}_1|}$;

- эксцентриситет:

$$e = \frac{|(p - |\mathbf{r}_1|) \cdot \mathbf{r}_3 - (p - |\mathbf{r}_3|) \cdot \mathbf{r}_1|}{|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3|};$$

- большая полуось:

$$a = \frac{p}{1 - e^2}.$$

Для определения аргумента перигея вводится орбитальная система координат, центр которой совмещен с центром АГСК, а орты осей описываются следующими выражениями:

$$\boldsymbol{\zeta} = \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3|},$$

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{(p - r_1)\mathbf{r}_3 - (p - r_3)\mathbf{r}_1}{e \cdot |\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3|},$$

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\zeta}.$$

Причем, $\boldsymbol{\xi}$ является ортом линии апсид.

Так как положение плоскости орбиты известно, то известно и положение линии узлов (рис. 1), направляющий орт которой определяется выражением:

$$\mathbf{k}_\Omega = \begin{pmatrix} \cos(\Omega) \\ \sin(\Omega) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Зная орт линии узлов $\mathbf{k}_\Omega$ и орт линии апсид $\boldsymbol{\xi}$, можно определить угол между ними – аргумент перигея ω:

$$\omega = \arccos\left(\frac{\mathbf{k}_\Omega \cdot \boldsymbol{\xi}}{|\mathbf{k}_\Omega| \cdot |\boldsymbol{\xi}|}\right)$$

Аргумент широты (угол между направлениями из центра Земли на восходящий узел орбиты и на текущее положение спутника) можно найти «привязавшись» ко времени прохождения одной из точек, например первой [2]:

$$u_1 = \arccos(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_\Omega).$$

Значение истинной аномалии для этого же момента времени может быть получено из преобразованного уравнения Кеплера [3]:

$$\upsilon_1 = \arccos\left(\frac{p/|\mathbf{r}_1| - 1}{e}\right).$$

Таким образом, все кеплеровские параметры орбиты определены.

Естественно, что в силу влияния различного рода ошибок (методических и инструментальных), восстановление параметров орбиты по результатам обработки только трех точек даст значительную погрешность. Поэтому необходимо провести статистическую обработку результатов на всем временном интервале измерений.

Рассмотренный алгоритм был реализован на специальном моделирующем стенде. В частности, была поставлена и решена задача оценки точности восстановления параметров орбиты при использовании радиолокационной станции, обеспечивающей измерения углового положения КА с ошибкой около 20 угл. сек, а дальности – около 5 м [4]. При этом были приняты следующие допущения:

ошибки измерения имеют нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и фиксированной дисперсией; методические ошибки не учитываются; обеспечена идеально точная привязка ТСК с АГСК.

В качестве исходных данных выбирались параметры различных типов орбит. Затем осуществлялось моделирование движения спутника. Результаты работы модели радиолокационной станции записывались в виде набора данных на всем временном интервале измерений с шагом 10 секунд. На основе полученных данных формировался массив координат положения КА в АГСК. Данный массив обрабатывался: последовательно выбирались тройки координат, решалась задача определения параметров орбиты, результаты сохранялись в массивах. Результирующие восстановленные параметры орбиты получались путем статистической обработки всего набора данных.

В качестве параметра, характеризующего точность восстановления параметров орбиты, была принята линейная дальность между положением спутника на истинной орбите, и орбите с восстановленными параметрами.

Результаты исследований по восстановлению параметров орбит спутниковых систем Iridium и GPS показали, что при рассмотренных выше исходных данных ошибки в оценке местоположения КА составили: для системы Iridium около 250 м; для системы GPS – примерно 2,5 км.

Литература

1. Балк М.Б. Элементы динамики космического полета (Серия «Механика космического полета»), М.: Наука, 1965 г., 340 стр.
2. Астрономия с персональным компьютером: Пер. с нем./ Под ред. О. Монтенбрука, Т. Пфлегера. М.: Мир, 1993.
3. Чернявский Г.М., Бартенев В.А. Орбиты спутников связи. М.: Связь, 1978.
4. http://en.wikipedia.org/wiki/AN/FPS-16.

Гладкова Екатерина Олеговна

Ведущий сотрудник ЗАО «Информационный Космический Центр «Северная Корона»